



## KITÉRŐ TENGELYŰ KÚPKERÉKHAJTÁSOK EGYMÁST BURKOLÓ FOGFELÜLETEINEK MEGHATÁROZÁSA A FŐPONT FIGYELEMBEVÉTELÉVEL

Orbán György, Bitay Enikő

### 1. BEVEZETÉS

Azokat a kitérő tengelyű hajtásokat, melyeknél két osztókúp érintőleges párosítása fordul elő, hipoidhajtásnak nevezzük. Azt a pontot, ahol a hipoidhajtás osztókúpjai érintkeznek lesz a hajtás főpontja.

A tudományosan megválasztott főpont eléréséhez, szükség van a hipoid kerek megmunkálásánál figyelembe venni a kinematikai követelményeket. Ennek értelmében kidolgoztunk egy számítási algoritmust, mellyel meghatározhatók a megmunkáláshoz szükséges paraméterek egy hipoid kúpkerek esetében. Ez a dolgozat a megmunkálásnál keletkező egymást burkoló származtató illetve az általa burkolt fogfelület kiszámítását mutatja be.

### 3. A SZÁMITÁSOK MENETE

A számítási algoritmus azon alapszik, hogy a fogaskerék kapcsolódó felületei pontszerű érintkezésű magasabbrendű kinematikai párnak tekinthetők. A kapcsolódási pont mindkét felületen egy-egy kapcsolódási pontot ír le, a hordkép vezérvonalát. Az általános gyártási elven működő fogaskerékpár esetén a kapcsolódó felületek két származtató mozgással és szerszámfelülettel vannak megmunkálva. A megmunkálások állandó áttételű egyparaméteres burkolással történnek. A hajtás tervezésénél abból indulunk ki, hogy a hipoidhajtás összes geometriai jellegű adatát hat kiindulási adat egyértelműen meghatározza. Ezek közül három alapadat: tengelytávolság ( $a$ ), tengelyszög ( $\Sigma$ ), és a hajtás áttételi viszonya ( $i_{12}$ ), a többi három egymástól független geometriai paraméter lehet. E három független paraméter megválasztásával lehet figyelembe venni a technológiát, a gyártószerszámok adatait és a főpont felvételének bizonyos elméleti szempontjait (1. ábra). A gyártástechnológiai követelményeknek megfelelően felvesszük a megmunkáló késfej tengelyét ( $\Delta_{s1}$ ), melyet az  $a_{1s1}$  tengelytávolsággal és  $\Sigma_{1s1}$  tengelyszöggel jellemezzük a megmunkálandó 1-es kerékhez képest, a megmunkáló késfej és munkadarab közötti áttételi viszonyt és a származtató felületet ( $F_{s1}$ ). A származtató mozgás során az  $F_{s1}$  felület burkolással előállítja az  $F_1$  fogfelületet. A megmunkálást jellemző  $\phi_1$  paraméter minden értékére az  $F_1$ -en egy karakterisztikát határozzunk meg, melyek összessége megadja a burkolt felületet. A főpont ezen a felületen kell legyen (1. ábra).

### 4. A SZÁRMAZTATÓ ÉS A BURKOLT FELÜLET PONTJAINAK KISZÁMÍTÁSA

A számítások a felületek diszkrét pontokban való megadásán és a származtató mozgások mátrixos egyenleteivel történő kifejezésén alapulnak.

A származtató felületet egy kúp felületének vesszük. E felület parametrikus egyenletei és normálvektora a kúp csúcsában vett koordináta-rendszerben (1.ábra) a következőképpen írható fel mátrixos formában:

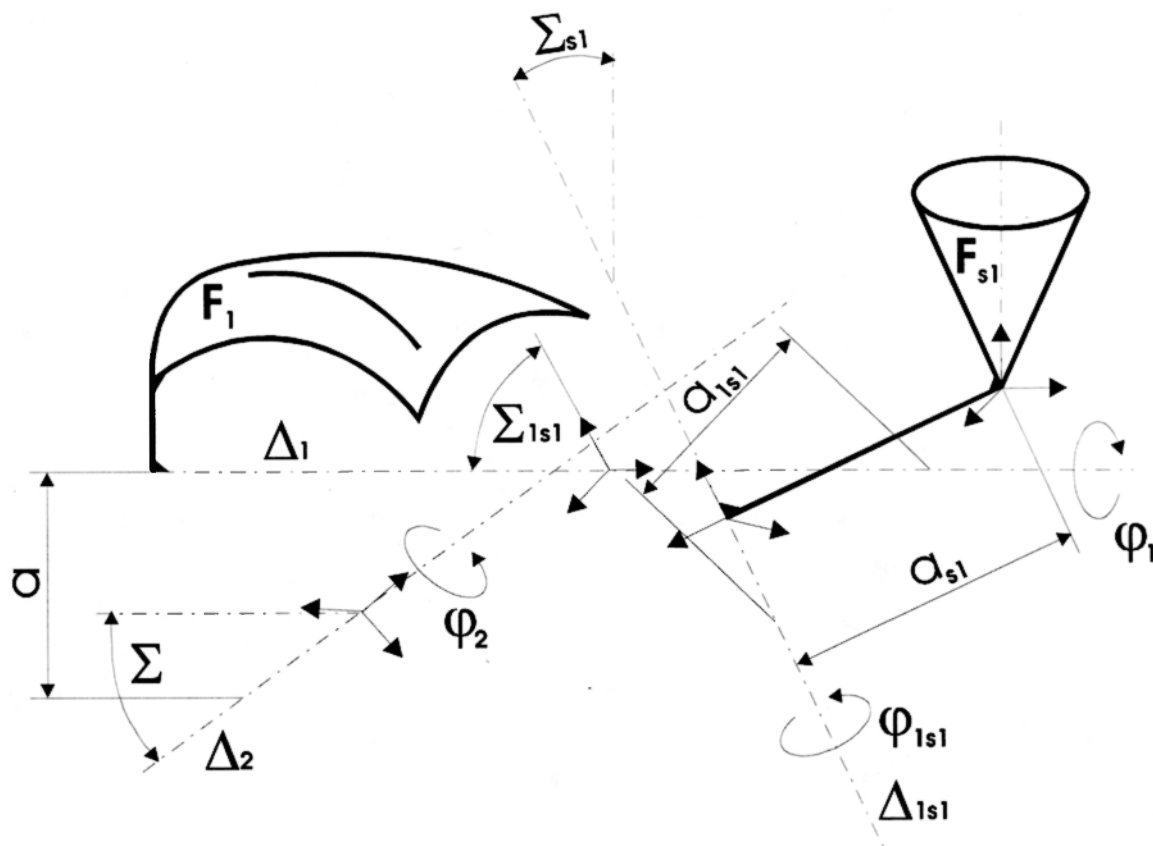
$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \cdot \sin \gamma \cdot \cos v \\ u \cdot \sin \gamma \cdot \sin v \\ u \cdot \cos \gamma \\ 1 \end{bmatrix} \quad \bar{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \cdot \cos \gamma \cdot \cos v \\ u \cdot \cos \gamma \cdot \sin v \\ \sin \gamma \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Az (1) mátrixok által meghatározott pontok illetve normálvektoraik a megmunkáló késfej forgásközéppontjához kötött koordináta-rendszerben a [2] megadott transzformációs mátrixok segítségével fejezhetők:

$$\mathbf{X}_{s1} = \begin{bmatrix} x_{s1} \\ y_{s1} \\ z_{s1} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Sigma_{s1} & 0 & -\sin \Sigma_{s1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -a_{s1} \\ \sin \Sigma_{s1} & 0 & \cos \Sigma_{s1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \mathbf{X} \quad \bar{\mathbf{n}}_{s1} = \begin{bmatrix} n_{x_{s1}} \\ n_{y_{s1}} \\ n_{z_{s1}} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Sigma_{s1} & 0 & -\sin \Sigma_{s1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \Sigma_{s1} & 0 & \cos \Sigma_{s1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \bar{\mathbf{n}} \quad (2)$$

A továbbiakban meghatározzuk a (3) mátrixok által adott pontokkal a megmunkáló lefejtő mozgás során burkolt felület pontjait a munkadarabhoz kötött koordináta-rendszerben. A megmunkáló szerszám és a munkadarab tengelytávolsága  $a_{1s1}$  Js tengelyszöge  $\Sigma_{1s1}$ , a lefejtés paramétere pedig az 1. ábra szerint:

$$i_{1s1} = \varphi_1 / \varphi_{1s1}$$



1. ábra

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{M}_1 * \mathbf{X}_{s1} = \begin{bmatrix} m1_{11} & m1_{12} & m1_{13} & m1_{14} \\ m1_{21} & m1_{22} & m1_{23} & m1_{24} \\ m1_{31} & m1_{32} & m1_{33} & m1_{34} \\ m1_{41} & m1_{42} & m1_{43} & m1_{44} \end{bmatrix} * \mathbf{X}_{s1} \quad (3)$$

ahol a következő jelöléseket használtuk:

$$\begin{aligned} m1_{11} &= \cos \varphi_1 \cdot \cos \Sigma_{1s1} \cos(\varphi_1 / i_{1s1}) + \sin \varphi_1 \cdot \sin(\varphi_1 / i_{1s1}) \\ m1_{12} &= -\cos \varphi_1 \cdot \cos \Sigma_{1s1} \sin(\varphi_1 / i_{1s1}) + \sin \varphi_1 \cdot \cos(\varphi_1 / i_{1s1}) \\ m1_{13} &= -\cos \varphi_1 \cdot \sin \Sigma_{1s1} \\ m1_{14} &= -a_{1s1} \cdot \sin \varphi_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m1_{21} &= -\sin \varphi_1 \cdot \cos \Sigma_{1s1} \cos(\varphi_1 / i_{1s1}) + \cos \varphi_1 \cdot \sin(\varphi_1 / i_{1s1}) & m1_{31} &= \sin \Sigma_{1s1} \cos(\varphi_1 / i_{1s1}) & m1_{41} &= 0 \\ m1_{22} &= \sin \varphi_1 \cdot \cos \Sigma_{1s1} \sin(\varphi_1 / i_{1s1}) + \cos \varphi_1 \cdot \cos(\varphi_1 / i_{1s1}) & m1_{32} &= -\sin \Sigma_{1s1} \sin(\varphi_1 / i_{1s1}) & m1_{42} &= 0 \\ m1_{23} &= \sin \varphi_1 \cdot \sin \Sigma_{1s1} & m1_{33} &= \cos \Sigma_{1s1} & m1_{43} &= 0 \\ m1_{24} &= -a_{1s1} \cdot \cos \varphi_1 & m1_{34} &= 0 & m1_{44} &= 1 \end{aligned}$$

A származtató felület és a burkolt felület pillanatnyi érintkezési pontjában értelmezett relatív sebességvektort az [1] alapján a következő matrixegyenlettel kapjuk:

$$\bar{\mathbf{v}}_{1s1} = \mathbf{M}\mathbf{V} * \mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} v_{x1s1} \\ v_{y1s1} \\ v_{z1s1} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mv_{11} & mv_{12} & mv_{13} & mv_{14} \\ mv_{21} & mv_{22} & mv_{23} & mv_{24} \\ mv_{31} & mv_{32} & mv_{33} & mv_{34} \\ mv_{41} & mv_{42} & mv_{43} & mv_{44} \end{bmatrix} * \mathbf{X}_1 \quad (4)$$

ahol a következő jelöléseket használtuk:

$$\begin{aligned} mv_{11} &= 0 & mv_{21} &= i_{1s1} \cdot \cos \Sigma_{1s1} - 1 \\ mv_{12} &= -(i_{1s1} \cdot \cos \Sigma_{1s1} - 1) & mv_{22} &= 0 \\ mv_{13} &= i_{1s1} \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \Sigma_{1s1} & mv_{23} &= i_{1s1} \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \Sigma_{1s1} \\ mv_{14} &= i_{1s1} \cdot a_{1s1} \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \Sigma_{1s1} & mv_{24} &= -i_{1s1} \cdot a_{1s1} \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \Sigma_{1s1} \\ mv_{31} &= -i_{1s1} \cdot \sin \Sigma_{1s1} \cdot \sin \varphi_1 & mv_{41} &= 0 \\ mv_{32} &= -i_{1s1} \cdot \sin \Sigma_{1s1} \cdot \cos \varphi_1 & mv_{42} &= 0 \\ mv_{33} &= 0 & mv_{43} &= 0 \\ mv_{34} &= i_{1s1} \cdot a_{1s1} \cdot \sin \Sigma_{1s1} & mv_{44} &= 1 \end{aligned}$$

Figyelembe véve, hogy a megmunkáló szerszám és a burkolt felületek között fenn kell álljon a kapcsolódás alaptörvénye, a [1] szerint felírható:

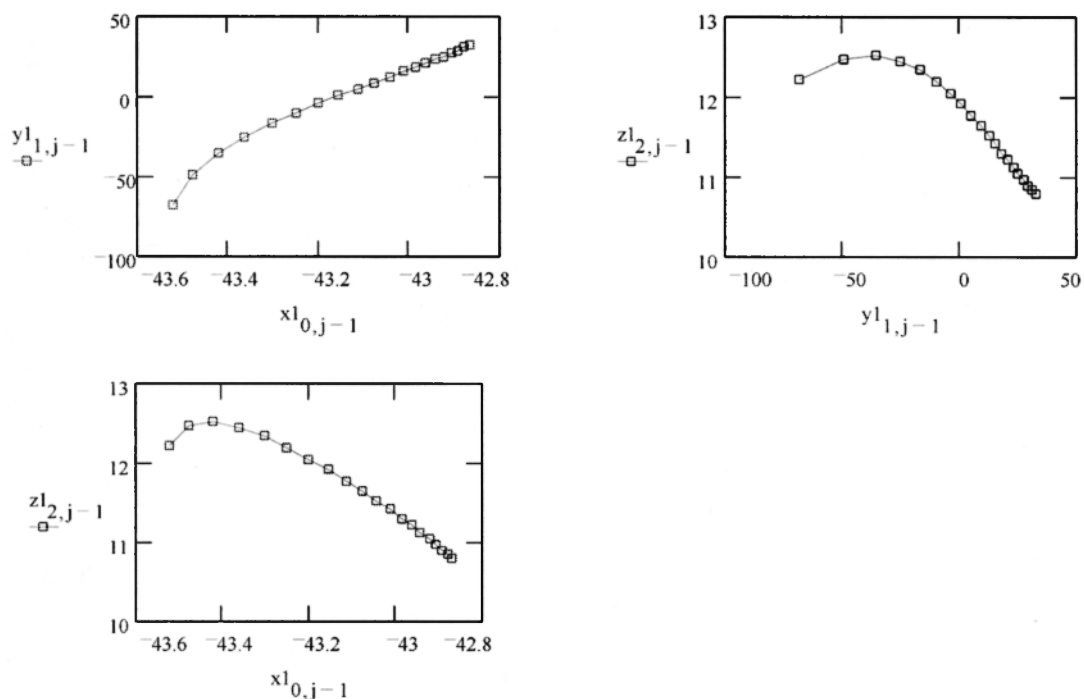
$$\bar{\mathbf{n}}_{1s} * \bar{\mathbf{v}}_{1s1} = 0$$

azaz:  $n_{s1x} \cdot v_{1s1x} + n_{s1y} \cdot v_{1s1y} + n_{s1z} \cdot v_{1s1z} = 0 \quad (5)$

Az (5) egyenlet összefüggést ad az  $u, v$  és  $\varphi_1$  paraméterek között. Egy adott  $\varphi_1$  értéket megadva egy karakterisztikát kapunk, amely a burkolás során jön létre.

A számításokat a következő adatokra végeztük el:  $\gamma=40^0; a_{s1}=55; \Sigma_{s1}=57^0; a_{1s1}=55; \Sigma_{1s1}=57^0; i_{1s1}=2; \varphi_1=28.5^0$

Kifelyezve  $u$  paramétert az (5) egyenletből a  $v$  paraméter függvényében az (5) egyenletből, a  $\varphi_1$ -et állandónak tekintve és  $v$ -nek különböző kompatibilis értékeket adva a (3) egyenletek alapján kiszámítottuk a karakterisztika különböző pontjait, és ábrázoltuk a térbeli görbét a három vetületi síkban a 2.ábra szerint. A burkolt fogfelület több  $\varphi_1$  értékre kiszámított karakterisztika által van meghatározva és két paraméterrel van jellemezve,  $v$  és  $\varphi_1$ . A számításokat és az ábrázolást a MATHCAD 5.0 számítógépes programmal végeztük el.



2.ábra

**Irodalom**

- [1] MAROS. D.,PELECUDI. C.:Mecanisme, EDP, Bukarest, 1985.
- [2] ORBÁN. GH.: Referat nr 2. la teza de doctorat, Universitatea Tehnic| Cluj-Napoca, 1996.

Orbán György, doktorandusz, Bitay Enikő, doktorandusz  
 SC.Tehnofrig SA. Románia, 3400 Cluj-Napoca, str.F-cii de Chibrituri nr.5-11,  
 tel.40-64-435317